

Ue Statistik u. Wahrscheinlichkeitsth. f. Inf. 107.251 W 2002/3 http://www.statistik.tuwien.ac.at/RISueb/	Di 12-17 HS:
	3.Blatt
Werner GURKER Tel.: 58801-107-24 Spr.: Di/Do 11-12 e-mail: W.Gurker@tuwien.ac.at	29. Oktober 2002

- 3.1** A , B und C seien beliebige Ereignisse aus einem Ereignisfeld. Man zeige, daß die Wahrscheinlichkeit dafür, daß genau eines der Ereignisse eintritt, gegeben ist durch:

$$W(A) + W(B) + W(C) - 2W(A \cap B) - 2W(A \cap C) - 2W(B \cap C) + 3W(A \cap B \cap C)$$

- 3.2** Von den N_m Studenten und N_w Studentinnen einer Übungsgruppe rauchen n_m bzw. n_w . Jemand wird zufällig ausgewählt. A sei das Ereignis „Die Person ist weiblich“ und B das Ereignis „Die Person raucht“.

- (a) Unter welchen Bedingungen sind A und B stochastisch unabhängig?
(b) Unter welchen Bedingungen sind (i) \bar{A} und B , (ii) A und \bar{B} , (iii) \bar{A} und \bar{B} stochastisch unabhängig?

- 3.3** Ein Behälter enthält r rote und g grüne Kugeln. Eine Kugel wird zufällig ausgewählt und zusammen mit c weiteren Kugeln der gleichen Farbe wieder zurückgelegt. Dieser Vorgang wird beliebig oft wiederholt.

- (a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die zweite Kugel rot, wenn die erste Kugel rot war?
(b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind die ersten drei Kugeln alle rot?
(c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit war die erste Kugel rot, wenn die zweite Kugel rot ist?
(d) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die k -te Kugel rot? Man betrachte zunächst die Fälle $k = 1$ und $k = 2$ (und eventuell den Fall $k = 3$), und verallgemeinere.

*(e) Man versuche einen allgemeinen Beweis für (d).

- 3.4** Ein System besteht aus zwei Arten von Komponenten, Typ A und Typ B . Damit das System funktioniert, muß zumindest eine Komponente von jedem Typ funktionieren. Die Anzahl der Komponenten jeden Typs kann variiert werden. Eine A -Komponente ist mit Wahrscheinlichkeit 0.9 intakt, eine B -Komponente mit Wahrscheinlichkeit 0.8; Komponenten fallen unabhängig voneinander aus.

Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, mit der ein System aus je drei Komponenten vom Typ A bzw. Typ B intakt ist.

- 3.5** Fortsetzung von **Bsp 3.4**: Komponenten vom Typ A wiegen 1 kg, Komponenten vom Typ B wiegen 2 kg. Was ist die zuverlässigste Kombination, wenn das System nicht mehr als 11 kg wiegen darf?

- 3.6** Das Lager eines Warenhauses umfaßt (äußerlich nicht unterscheidbare) Packungen von Glühbirnen hoher, mittlerer und niedriger Qualität im Verhältnis 1:2:2. Eine Glühbirne hoher Qualität ist mit Wahrscheinlichkeit 0 defekt, eine mittlerer Qualität mit Wahrscheinlichkeit 0.1 und eine niedriger Qualität mit Wahrscheinlichkeit 0.2. Aus einer zufällig gewählten Packung werden zwei Glühbirnen entnommen und getestet: Beide sind intakt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit handelt es sich um eine Packung mit Glühbirnen (i) hoher, (ii) mittlerer, (iii) niedriger Qualität?

Hinweis: Bayes'sche Formel.

- *3.7** Man zeige, daß die Bayes'sche Formel auch in der folgenden (Quotienten-) Form dargestellt werden kann (A , B , C sind Ereignisse mit $W(A)$, $W(B)$, $W(C) > 0$):

$$\frac{W(A|C)}{W(B|C)} = \frac{W(C|A)}{W(C|B)} \times \frac{W(A)}{W(B)}$$

Wie lassen sich die einzelnen Quotienten interpretieren?

*) Beispiel auf freiwilliger Basis